

あらかじめ，シンタックスに  $\perp$  があるかによらない定理である，

$$\begin{aligned} & \Gamma, A \vdash B \text{ と } \Gamma \vdash A \supset B \text{ は同値} \\ & \vdash A \leftrightarrow B \text{ ならば } \vdash C[A] \leftrightarrow C[B] \\ & \vdash p \supset p \\ & \vdash \neg\neg(p \supset p) \leftrightarrow (p \supset p) \end{aligned}$$

を示しておくとして，

$$\begin{aligned} & (A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p), A \vdash \neg(p \supset p) \\ & \vdash ((A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p)) \supset A \supset \neg(p \supset p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p), \neg A \vdash \neg(p \supset p) \\ & (A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p) \vdash \neg A \supset \neg(p \supset p) \\ & (A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p) \vdash (p \supset p) \supset A \\ & (A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p) \vdash A \\ & \vdash ((A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p)) \supset A \end{aligned}$$

$$\vdash ((A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p)) \supset \neg(p \supset p)$$

$$\begin{aligned} & \vdash (\neg\neg(p \supset p) \supset \neg(A \vee \neg A)) \supset \neg(p \supset p) \\ & \vdash ((p \supset p) \supset \neg(A \vee \neg A)) \supset \neg(p \supset p) \\ & \vdash \neg(A \vee \neg A) \supset \neg(p \supset p) \\ & \vdash (p \supset p) \supset (A \vee \neg A) \\ & \vdash A \vee \neg A \end{aligned}$$